

رویکرد یکپارچه برای برنامه ریزی پروژه هایی با محدودیت زمانی با بهینه سازی منابع تجدید پذیر و مصرفی

امیرحسین حسین پور

دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی صنایع، دانشگاه تهران، تهران

چکیده

مدیران پروژه معمولاً یک رویکرد گام به گام را دنبال می کنند، ابتدا فعالیت ها را برنامه ریزی می کنند و سپس در مورد تکمیل منابع تصمیم می گیرند. این مقاله با مدیریت هر دو تصمیم به طور همزمان از این روش سنتی جدا می شود تا از تکمیل به موقع پروژه با کمترین هزینه اطمینان حاصل شود. در زمان بندی پروژه های حساس به زمان، هدف ایجاد تعادل در استفاده از منابع تجدیدپذیر و به حداقل رساندن هزینه های مربوط به منابع مصرفی است. این مساله با استفاده از برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط مدل سازی می شود که امکان انعطاف پذیری در زمان بندی فعالیت های غیر بحرانی را فراهم می کند. برای انعکاس بهتر سناریوهای دنیای واقعی، مدل ارائه شده نرخ های متفاوت مصرف منابع را در طول زمان در نظر می گیرد. با نشان دادن نمونه پروژه در مقیاس کوچک، رویکرد یکپارچه توانایی خود را برای دستیابی به کاهش قابل توجه هزینه برای پروژه های دنیای واقعی در مقایسه با روش متوالی سنتی ثابت می کند.

واژگان کلیدی: زمان بندی پروژه - تخصیص منابع - برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط - پروژه هایی با زمان محدود - برنامه ریزی یکپارچه منابع

مقدمه

مدیران پروژه به طور مداوم در تلاش هستند تا به طور موثر وظایف پروژه را برنامه ریزی کنند تا از تکمیل به موقع و در عین حال به حداقل رساندن هزینه‌ها اطمینان حاصل کنند.

مدیران پروژه به طور مداوم در تلاش هستند تا به طور موثر وظایف پروژه را برنامه ریزی کنند تا از تکمیل به موقع و در عین حال به حداقل رساندن هزینه‌ها اطمینان حاصل کنند. این پیگیری اغلب شامل پرداختن به دو نوع چالش کلیدی است: مساله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع و مساله زمان‌بندی پروژه با محدودیت زمانی. مساله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع با در دسترس بودن منابع محدود سر و کار دارد و بر تکمیل زود هنگام پروژه در این محدودیت‌ها تمرکز دارد. در مقابل، مساله زمان‌بندی پروژه با محدودیت زمانی با هدف ایجاد توازن در استفاده از منابع تجدیدپذیر برای کاهش تغییرات بین دوره‌ها و رسیدن به ضرب‌الاجل‌های پروژه است. اجرای موفقیت آمیز پروژه منوط به داشتن مقادیر کافی از منابع تجدیدپذیر (مانند تجهیزات و نیروی کار) و منابع قابل مصرف (مانند مواد) در صورت نیاز است. مطالعه‌ای که توسط Sambasivan and Soon (2007) انجام شد، کمبود مواد را به عنوان ششمین علت شایع تاخیر پروژه در میان ۲۸ عامل در صنعت ساخت و ساز مالزی برجسته کرد. به طور سنتی، برنامه ریزی فعالیت‌ها مقدم بر سفارش مواد لازم است. با این حال، برای کاهش هزینه‌ها به طور موثر، بهینه‌سازی هر دو

تصمیم به طور همزمان ضروری شده است. تحقیقات نشان می‌دهد که زمان‌بندی پروژه اغلب تحت تأثیر عوامل مدیریت مواد و استراتژی‌های تامین است (Smith-Daniels & Smith-Daniels, 1987a). به طور خاص با تمرکز بر مساله زمان‌بندی پروژه با محدودیت زمانی، چالش این موضوع در ایجاد تعادل در استفاده از منابع تجدیدپذیر مختلف و در عین حال به حداقل رساندن هزینه‌های مرتبط با تسطیح و دوباره پر کردن مواد نهفته است. این هدف باید نیازمندی‌های منابع پویا را در پروژه‌ها در نظر بگیرد، جایی که نیازها در دوره‌های مختلف در طول مدت فعالیت در نوسان هستند. به عنوان مثال، وظایف تعمیر و نگهداری ممکن است به منابع مختلفی مانند جرثقیل‌ها، دکل‌ها و نیروی انسانی در مقادیر مختلف در طول زمان نیاز داشته باشد (Willis, 1985). استفاده ناکارآمد از منابع و افزایش هزینه‌های عملیاتی می‌تواند ناشی از تخصیص منابع به طور مداوم در طول یک فعالیت باشد، زمانی که آنها فقط به طور محدود مورد نیاز هستند. به طور مشابه، فعالیت‌هایی مانند جاده‌سازی نیازهای منابع نوسانی را نشان می‌دهند (Willis, 1985). بنابراین، پرداختن به زمان‌بندی پروژه و تهیه مواد به طور همزمان، با در نظر گرفتن نرخ‌های مصرف منابع مختلف در هر فعالیت، بسیار مهم است. این مطالعه این چالش‌ها را تأیید می‌کند و مدلی ریاضی شامل تقسیم فعالیت برای بهینه‌سازی استفاده از منابع تجدیدپذیر را ارائه می‌کند.

مرور ادبیات

زمینه مساله زمان‌بندی پروژه با محدودیت زمانی‌ها همچنان مورد توجه بسیاری از محققان و متخصصان قرار می‌گیرد، جایی که چندین رویکرد در ادبیات برای پرداختن به سطح منابع تجدیدپذیر در زمینه‌های مساله‌های ایجاد شده است. این کار از تقسیم/تأخیر فعالیت‌های غیر بحرانی در زمان شناوری آنها استفاده می‌کند تا امکان تخصیص مجدد منابع آنها به سایر فعالیت‌ها را فراهم کند. همانطور که توسط Karaa and Nasr (۱۹۸۶) اشاره شده است، اغلب مقرون به صرفه تر است که یک فعالیت را برای یک دوره زمانی معین متوقف کنید و اجازه دهید منابع آن توسط سایر فعالیت‌ها استفاده شود. Gordon and Tulip (۱۹۹۷) خاطرنشان کردند که پروژه‌های ساختمانی معمولاً شامل تعداد زیادی فعالیت هستند که می‌توان آنها را تقسیم کرد، در حالی که Son and Mattila (۲۰۰۴) نشان دادند که راه‌حلی که در آن متخصص می‌تواند انتخاب کند کدام فعالیت‌ها را می‌توان تقسیم کرد، برای مسئله تسطیح منابع واقع‌بینانه‌تر است. با این حال، باید توجه داشت که تقسیم یک فعالیت باعث ایجاد هزینه‌های مرتبط با قطع و شروع مجدد فعالیت می‌شود (Hariga & El-Sayegh, 2011)، در حالی که تغییر سطوح استفاده از یک منبع تجدیدپذیر خاص باعث ایجاد هزینه‌های اضافی مانند استخدام، اخراج، اضافه کاری و منابع بیکار می‌شود (Karaa & Nasr, 1986). تقسیم فعالیت نیز توسط آثار اخیر از جمله Almatroushi et al (۲۰۲۰) و Du et al (۲۰۲۱) پذیرفته شده است. در میان دیگران با این حال، در ادبیات، رویکردهای دیگری برای حل مساله تسطیح منابع پیشنهاد شده است که برخی از آنها روش‌های اکتشافی را اتخاذ می‌کنند در حالی که برخی دیگر بر تکنیک‌های راه‌حل دقیق تکیه می‌کنند. (برای بررسی جامع در مورد اولی و دومی به ترتیب به (Pellerin & Perrier, 2019) و (Rieck & Zimmermann, 2015) مراجعه کنید).

طبق دانش نویسنده، پژوهش Aquilano and Smith (۱۹۸۰) اولین پژوهشی است که به زمان‌بندی پروژه و تصمیم‌گیری‌های سفارش مواد به شیوه‌ای یکپارچه بر اساس روش مسیر بحرانی (CPM) می‌پردازد. این کار توسط Smith-Daniels and Aquilano (۱۹۸۴) به دلیل در دسترس بودن محدود منابع، که در آن یک رویکرد اکتشافی برای مقابله با پروژه‌های مقیاس بزرگ پیشنهاد شد، گسترش یافت. Smith-Daniels and Smith-Daniels (1987a) مدل برنامه ریزی عدد صحیح مختلطی ایجاد کردند که به دنبال به حداکثر رساندن ارزش فعلی خالص پروژه بود در حالی که محدودیت‌های بودجه و مواد را در نظر می‌گیرد. در کار مرتبط دیگری، همان نویسندگان همچنین نشان دادند که این مسئله تلفیقی را می‌توان به طور بهینه حل کرد و آن را به دو مساله فرعی تحت فرضیات خاصی تجزیه کرد (Smith-Daniels & Smith-Daniels, 1987b). برای پروژه‌های ساختمانی بزرگ، Shtub (1988) نشان داد که ترکیب CPM با مدیریت مواد منجر به کاهش حدود ۲۰٪ در مدت زمان پروژه در مقایسه با قرارداد اصلی می‌شود. Dodin and Elimam (۲۰۰۱) مساله یکپارچه را گسترش دادند تا عوامل دیگری از جمله تخفیف‌های کمی و پاداش/جریمه مربوط به تکمیل زود هنگام یا دیر هنگام پروژه را در نظر بگیرند. Najafi et al. (۲۰۱۱) یک مدل برنامه نویسی عدد صحیح مختلط را ابداع کرد که در آن تابع هدف فقط به دنبال به حداقل رساندن هزینه‌های سفارش و نگهداری است. کارهای دیگر، زمان‌بندی پروژه مشترک و مساله سفارش مواد را گسترش داده‌اند تا ملاحظات دیگری مانند اجرای چند حالت فعالیت‌ها (Zoraghi et al., 2017)، مدت زمان نامشخص فعالیت (Zhang et al., 2020)، محدودیت‌های فضای ذخیره‌سازی (Zhang & Cui, 2021)، اثرات زیست‌محیطی و اجتماعی (Habibi et al., 2019; Tabrizi, 2018) را در بر گیرد. در واقع، در مقاله مروری سیستماتیک اخیر توسط Afra et al. (۲۰۲۲) نویسندگان ۲۸ مقاله را شناسایی کردند که به این مساله یکپارچه پرداختند در حالی که اشاره کردند که اکثریت قریب به اتفاق آنها این مساله را در زمینه مساله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع حل کرده‌اند.

تنها سه مطالعه وجود دارد که برنامه ریزی پروژه و سفارش مواد را برای مسائل زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع تجدیدپذیر ادغام کرده‌اند، که در هیچ یک از این کارها از تقسیم فعالیت برای هموار کردن الگوی استفاده از منابع تجدیدپذیر استفاده نشده است، در حالی که الگوی مصرف هر دو منبع در طول مدت فعالیت متغیر فرض شده است. Kazemi and Davari-Ardakani (۲۰۲۰) یک مدل بهینه سازی دوهدفه را پیشنهاد کردند که به دنبال به حداقل رساندن زمان اتمام پروژه و هزینه کل اجرای آن است. این کار از طریق در نظر گرفتن شدت اجرای متغیر، مبادلات زمان و هزینه موجود را محاسبه می‌کند. Rabbani (۲۰۲۱) یک مدل برنامه‌ریزی هدف برای مسئله پیشنهاد کرد و با استفاده از مطالعه موردی یک پروژه شامل ۸۷ فعالیت نشان داد که مدل پیشنهادی تا حد بهینه در مدت زمان محاسباتی معقول قابل حل است. Almatroushi et al. (۲۰۲۰) مساله‌ای مشابه آنچه در اینجا مورد بحث قرار گرفت، اما با حالت ساده الگو مصرف ثابت همه منابع در طول مدت فعالیت، حل شد. به این ترتیب، مدل توسعه‌یافته در اینجا می‌تواند به عنوان بسط این کار اخیر برای محاسبه مصرف منابع متغیر در نظر گرفته شود.

مدل‌سازی ریاضی

پروژه ای شامل n فعالیت که هر فعالیت دارای مدت زمان ثابت $T_j, j = 1, 2, \dots, n$ است را در نظر بگیرید که در آن زمان اتمام پروژه بر اساس CPM کلاسیک تعیین می‌شود. سایر خروجی‌های CPM عبارتند از: زودترین زمان شروع، ES_j ، زودترین زمان پایان، EF_j ، آخرین زمان شروع، LS_j ، آخرین زمان پایان، LF_j ، و شناوری کل، TF_j ، برای هر فعالیت j . برای اجرای فعالیت‌های شامل پروژه، دو نوع منابع مورد نیاز است: تجدیدپذیر و مصرفی، که در آن مشخصات مصرف این منابع در بین فعالیت‌ها و همچنین در طول مدت یک فعالیت (یعنی وابسته به زمان) متفاوت است که بهتر به واقعیت شباهت دارد. برای هموارسازی استفاده از منابع تجدیدپذیر در طول عمر پروژه، فرض بر این است که تمام فعالیت‌ها قابل تقسیم هستند. هدف این است که به طور مشترک - به جای پی‌درپی - بهینه‌سازی زمان بندی پروژه و تصمیمات مربوط به تکمیل مواد به گونه‌ای که تسطیح منابع و هزینه‌های مربوط به تکمیل مواد به حداقل برسد.

مدل ریاضی ارائه شده در اینجا بر اساس مجموعه‌ای از مفروضات زیر توسعه یافته است:

۱. مدت زمان تمام فعالیت‌های شامل پروژه از قبل مشخص است.
۲. بدون از دست دادن عمومیت مساله، زمان تحویل مرتبط با سفارش مواد در مقایسه با طول دوره زمانی پروژه ناچیز فرض می‌شود.
۳. برای اجرای پروژه به ترتیب rp و cp نوع منابع تجدیدپذیر و مصرفی موجود است.
۴. نرخ مصرف برای هر دو منابع تجدیدپذیر و مصرفی متغیر است (وابسته به زمان).
۵. هزینه به مقدار CS_j مربوط به تقسیم فعالیت غیر بحرانی j وجود دارد، و صرف نظر از تعداد تقسیمات و فراوانی آنها یکسان است.
۶. زمان راه اندازی برای شروع مجدد یک فعالیت نسبتاً کوچک است تا در پایان دوره تقسیم انجام شود.
۷. پس از تقسیم یک فعالیت غیر بحرانی، نیاز به منابع تجدیدپذیر و مصرفی آن ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند.
۸. محدودیت‌های تقدم برای همه فعالیت‌ها، از جمله موارد تقسیم شده، باید رعایت شود.

پارامترهای مسئله اتخاذ شده در مدل پیشنهادی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

	پارامترهای مساله
nn	تعداد فعالیت‌های غیر بحرانی
rp	تعداد منابع تجدیدپذیر
cp	تعداد منابع مصرفی
CI_p	هزینه به دست آوردن یک واحد از منابع تجدیدپذیر نوع p ($p = 1, \dots, rp$)
CD_p	هزینه انتشار یک واحد از منابع تجدیدپذیر نوع p ($p = 1, \dots, rp$)
CS_j	هزینه تقسیم فعالیت غیر بحرانی j ($j = 1, \dots, nn$)
cr_{ipu}	تعداد واحدهای منبع مصرفی نوع p ($p = 1, \dots, cp$) مصرف شده در طول u آمین واحد زمان فعالیت i ($i = 1, 2, \dots, n$)
rr_{ipu}	تعداد واحدهای منبع تجدیدپذیر نوع p ($p = 1, \dots, rp$) مورد استفاده در طول u آمین واحد زمان فعالیت i ($i = 1, 2, \dots, n$)
A_p	هزینه سفارش منبع مصرفی نوع p ($p = 1, \dots, cp$)
C_p	هزینه مواد منبع مصرفی نوع p ($p = 1, \dots, cp$)
h_p	هزینه نگهداری منبع مصرفی نوع p ($p = 1, \dots, cp$)
z_{ti}	پارامتر باینری برابر با یک است که فعالیت بحرانی i ($i = 1, \dots, nc$) از دوره ES_i تا دوره EF_i فعال باشد و در غیر این صورت صفر، که t ($t = 1, 2, \dots, T$)
	متغیرهای تصمیم مساله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

متغیرهای تصمیم مساله

تعداد واحدهای منبع تجدیدپذیر p ($p = 1, \dots, rp$) به دست آمده در طول دوره t ($t = 1, 2, \dots, T$). I_{tp}

- D_{tp} تعداد واحدهای منبع تجدیدپذیر نوع p ($p = 1, \dots, rp$) آزاد شده در طول دوره t ($t = 1, 2, \dots, T$).
- RR_{tp} مقدار مورد نیاز برای منبع تجدیدپذیر نوع p ($p = 1, \dots, rp$) در طول دوره t ($t = 1, 2, \dots, T$).
- CR_{tp} مقدار مورد نیاز برای منبع تجدیدپذیر نوع p ($p = 1, \dots, cp$) در طول دوره t ($t = 1, 2, \dots, T$).
- y_{tj} متغیر باینری برابر با یک وقتی فعالیت غیر بحرانی j در طول دوره t فعال است (در حال اجرا) و در غیر این صورت صفر است. $j = 1, \dots, nn$ و $t = ES_j, ES_{j+1}, \dots, LF_j$.
- L_{tj} متغیر غیر منفی برای تعیین اینکه آیا فعالیت j در طول دوره $t + 1$ تقسیم می شود یا خیر.
- NL_j تعداد دفعاتی که فعالیت غیر بحرانی j تقسیم می شود، $j = 1, \dots, nn$.
- S_j زمان شروع فعالیت غیر بحرانی j ، $j = 1, \dots, nn$.
- F_j زمان پایان فعالیت غیر بحرانی j ، $j = 1, \dots, nn$.
- O_{tp} پارامتر باینری برابر با یک وقتی سفارشی برای منبع مصرفی نوع p ($p = 1, \dots, rp$) در طول دوره t ($t = 1, 2, \dots, T$) وجود دارد و در غیر این صورت صفر.
- Q_{tp} مقدار سفارش منبع مصرفی نوع p ($p = 1, \dots, rp$) در طول دوره t ($t = 1, 2, \dots, T$).
- Inv_{tp} موجودی پایانی منبع مصرفی نوع p ($p = 1, \dots, rp$) در طول دوره t ($t = 1, 2, \dots, T$).
- X_{iut} متغیر باینری برابر با یک زمانی که u آمین واحد مدت فعالیت i ($i = 1, 2, \dots, n$) در طول دوره t ($t = 1, 2, \dots, T$) انجام شده است و در غیر این صورت صفر.

مدل ریاضی

$$\text{Minimize } Z = \sum_{p=1}^{rp} \left[CI_p \sum_{t=1}^T I_{tp} + CD_p \sum_{t=1}^T D_{tp} \right] + \sum_{j=1}^{nn} CS_j NL_j + \alpha \sum_{j=1}^{nn} (F_j - S_j) \quad (1)$$

$$+ \sum_{p=1}^{cp} \sum_{t=1}^T [A_p O_{tp} + C_p Q_{tp} + h_p Inv_{tp}]$$

S.t:

$$RR_{tp} = RR_{(t-1)p} - D_{tp} + I_{tp} \quad (t = 1, 2, \dots, T) \text{ و } (p = 1, \dots, rp) \quad (2)$$

$$RR_{tp} = \sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^i rr_{ipu} X_{iut} \quad (t = 1, 2, \dots, T) \text{ و } (p = 1, \dots, rp) \quad (3)$$

$$\sum_{t=ES_j}^{LF_j} y_{tj} = T_j \quad j = 1, \dots, nn \quad (4)$$

$$S_j + (T + 1 - t)y_{tj} \leq (T + 1) \quad t = ES_j, ES_j + TF_j \text{ و } j = 1, 2, \dots, nn \quad (5)$$

$$F_j - ty_{tj} \geq 0 \quad t = LF_j - TF_j, LF_j \text{ و } j = 1, 2, \dots, nn \quad (6)$$

$$S_k \geq F_j + 1 \quad j = 1, 2, \dots, nn, k \in j \text{ مجموعه } \quad (7)$$

$$L_{tj} - (y_{tj} - y_{(t+1)j}) \geq 0 \quad t = ES_j, ES_{j+1}, \dots, LF_j \text{ و } j = 1, 2, \dots, nn \quad (8)$$

$$NL_j = \sum_{t=ES_j}^{LF_j} L_{tj} - 1 \quad j = 1, 2, \dots, nn \quad (9)$$

$$CR_{tp} = \sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^{T_i} cr_{ipu} X_{iut} \quad (t = 1, 2, \dots, T) \text{ و } (p = 1, \dots, cp) \quad (10)$$

$$Inv_{tp} = Inv_{(t-1)p} + Q_{tp} - CR_{tp} \quad (t = 1, 2, \dots, T) \text{ و } (p = 1, \dots, cp) \quad (11)$$

$$Q_{tp} \leq M \cdot O_{tp} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (12)$$

$$\sum_{t=ES_i+u-1}^{LF_i-T_i+u} X_{iut} = 1 \quad u = 1, 2, \dots, T_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

$$\sum_{u=1}^{T_i} X_{jut} = y_{tj} \quad t = ES_j, ES_{j+1}, \dots, LF_j \text{ و } j = 1, 2, \dots, nn \quad (14)$$

$$\sum_{u=1}^{T_i} X_{iut} = z_{ti} \quad t = ES_j, ES_{j+1}, \dots, LF_j \text{ و } i = 1, 2, \dots, nc \quad (15)$$

$$X_{iut} \leq \sum_{v=ES_i+u-1}^{t-1} X_{ivt} \quad u = 1, 2, \dots, T_i-1, i = 1, 2, \dots, n \text{ و } t = ES_{i+1}, \dots, LF_i \quad (16)$$

$$I_{tp}, D_{tp} \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T-1 \text{ و } p = 1, 2, \dots, rp \quad (17)$$

$$y_{tj} \in \{0, 1\} \quad j = 1, 2, \dots, nn \text{ و } t = ES_j, ES_{j+1}, \dots, LF_j \quad (18)$$

$$y_{T+1,j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, nn \quad (19)$$

$$L_{tj} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, nn \text{ و } t = ES_j, ES_{j+1}, \dots, LF_j \quad (20)$$

$$Q_{tp}, Inv_{tp} \geq 0 \quad (t = 1, 2, \dots, T) \text{ و } (p = 1, \dots, cp) \quad (21)$$

$$Q_{tp} \in \{0, 1\} \quad (t = 1, 2, \dots, T) \text{ و } (p = 1, \dots, cp) \quad (22)$$

$$X_{iut} \in \{0, 1\} \quad t = ES_j, ES_{j+1}, \dots, LF_j \text{ و } i = 1, 2, \dots, n \quad (23)$$

$$Inv_{0p}, Inv_{Tp} = 0 \quad (p = 1, 2, \dots, cp) \quad (24)$$

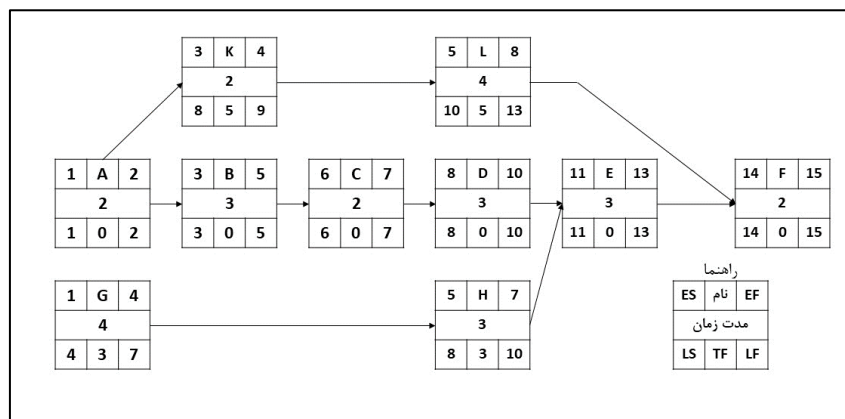
تابع هدف، معادله (۱)، به دنبال به حداقل رساندن همزمان شش نوع هزینه است که سه نوع آن مربوط به تسطیح منابع تجدیدپذیر (هزینه های تامین، آزادسازی و تقسیم) و سه نوع دیگر مربوط به تهیه مواد (سفارش، خرید و نگهداری) است. جمله چهارم به تابع هدف اضافه می شود که در آن aa یک ثابت بسیار کوچک است، تا اطمینان حاصل شود که زمان شروع و پایان به ترتیب بزرگترین و کوچکترین مقادیر ممکن را به خود می گیرند. معادلات (۲) و (۳) برای منابع تجدیدپذیر اختصاص داده شده است که در آن معادله (۲) رابطه تعادل منابع را ارائه می دهد در حالی که معادله (۳) کل نیازهای هر نوع منبع تجدیدپذیر را در هر دوره محاسبه می کند. معادله (۴) الزام می کند که فعالیت های غیر بحرانی برای مدت زمان مشابهی فعال نگه داشته شوند. محدودیت های منطقی شبکه ارائه شده توسط محدودیت های (۵)، (۶) و (۷) روابط تقدم بین فعالیت های غیر بحرانی و بین فعالیت های بحرانی و غیر بحرانی را حفظ می کنند، که در آن مجموعه z مجموعه ای از فعالیت های غیر بحرانی را نشان می دهد که فعالیت jj پیش نیاز آنهاست. توجه داشته باشید که فعالیت های بحرانی باید طبق برنامه زمانی اولیه خود انجام شوند تا از تکمیل به موقع پروژه اطمینان حاصل شود و بر این اساس در آن محدودیت ها قرار نمی گیرند.

معادلات (۸) و (۹) تعداد دفعاتی که یک فعالیت غیر بحرانی تقسیم می شود را تعیین می کند که سپس برای محاسبه هزینه تقسیم مربوطه استفاده می شود. متغیر L_{tj} فقط در صورتی مقدار ۱ را به خود می گیرد که متغیرهای y_{tj} و $y_{(t+1)j}$ به ترتیب برابر با ۱ و ۰ باشند، که نشان می دهد در دوره $t+1$ تقسیم صورت گرفته است. از آنجایی که یک فعالیت غیر بحرانی در زمان F_j تکمیل شده است که $F_j \leq LF_j$ ، این فعالیت در دوره $t = F_j + 1$ فعال نخواهد شد و این امر نباید به عنوان یک تقسیم در معادله (۹) به حساب آید. محاسبه نیازمندی های منابع مصرفی و محدودیت های تعدیل مواد مرتبط و محدودیت های هزینه ثابت برای این منابع در محدودیت های (۱۰-۱۲) ارائه می شود، که در آن M یک عدد مثبت بزرگ را نشان می دهد. خاطرنشان می شود که در نظر گرفتن نرخ مصرف متغیر و نه ثابت برای منابع تجدیدپذیر و مصرفی در طول مدت فعالیت، مستلزم معرفی متغیر باینری X_{iut} و محدودیت های همراه آن است (۱۳-۱۶). معادله ۱۳ تضمین می کند که هر واحد از مدت زمان فعالیت z باید فقط یک بار در طول دوره های ممکن برای آن فعالیت انجام شود. برای هر فعالیت غیر بحرانی، معادله (۱۴) تصریح می کند که در هر دوره زمانی t ، مجموع X_{iut} در طول مدت زمان آن برابر است با y_{tj} (وقتی تعریف می شود که فعالیت برقرار است). همچنین برای فعالیت های بحرانی، معادله (۱۵) تضمین می کند که در هر دوره زمانی t ، مجموع X_{iut} در طول مدت فعالیت برابر با z_{ti} است. معادله (۱۶) الزام می کند که u آمین واحد مدت زمان یک فعالیت به ترتیب توجه به زمان انجام شود. یعنی u آمین واحد فقط در صورتی در زمان t می تواند انجام شود که واحدهای قبلی زودتر تکمیل

شده باشند. در نهایت، محدودیت‌های (۱۷-۲۴) محدودیت‌های غیر منفی و باینری را بر روی متغیرهای تصمیم مربوطه نشان می‌دهند. مدل ریاضی به حداقل رساندن هزینه فوق یک برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط (MILP) است که با استفاده از نرم افزار گمز حل شده است.

مثال عددی

شبکه پروژه نشان داده شده در شکل ۱ که شامل ۱۰ فعالیت (A, B, C, D, E, F, G, H, K, L) را در نظر بگیرید. یک نوع منبع تجدیدپذیر "R1" و دو نوع منبع مصرفی "R2" و "R3" وجود دارد که به وفور در دسترس هستند و در تمام فعالیتها با نیازهای منابع مختلف برای هر فعالیت استفاده می‌شوند. علاوه بر این، نیازهای مصرف برای یک منبع خاص وابسته به زمان است و در طول مدت فعالیت‌های مختلف متفاوت است (جدول ۱ را ببینید).



شکل ۱. نمودار شبکه

با استفاده از روش مسیر بحرانی (CPM)، می‌توان زمان‌بندی بهینه را به دست آورد که حداقل مدت زمان پروژه، زودترین زمان شروع و پایان (EF, ES)، دیرترین زمان شروع و پایان (LF, LS)، زمان شناوری (TF) و همچنین فعالیت‌های بحرانی و غیر بحرانی را در اختیار قرار می‌دهد. همانطور که در جدول ۱ نشان داده شده است، مدت زمان پروژه بهینه ۱۵ است که در آن فعالیت‌های بحرانی A, B, C, D, E, F و فعالیت‌های غیر بحرانی G, H, K, L هستند. این مدل از زمان‌های شناوری و تقسیم‌بندی برای هموارسازی استفاده از منابع R1 در طول مدت پروژه و در عین حال به دست آوردن استراتژی تکمیل مجدد (مقدار سفارش و زمان‌بندی) منابع مصرفی R2 و R3 استفاده می‌کند. هزینه‌های مربوط به تسطیح عبارتند از: $CI = CD = 20$ و $CS = 1$ برای تمامی فعالیت‌ها و هزینه‌های مربوط به منابع مصرفی R2 و R3 به ترتیب عبارتند از:

ورودی مدل ریاضی ارائه شده در نظر گرفته شده است. $A_p = [80, 100]$, $C_p = [5, 3]$ و $h_p = [1, 1]$ این هزینه‌ها به همراه نتایج CPM و نیازمندی‌های منابع فعالیت‌ها (جدول ۱) به عنوان

برنامه بهینه حاصل از مدل پیشنهادی در جداول ۲ و ۳ در زیر نشان داده شده است. جدول ۲ مقادیر بهینه y_{tj} به ازای هر فعالیت را نشان می‌دهد. همانطور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، دو مورد از چهار فعالیت غیر بحرانی (G و K) در تلاش برای هموارسازی استفاده از منابع برای منبع تجدیدپذیر R1 تقسیم شده‌اند. برای منابع مصرفی R2 و R3، تعداد کل سفارشات ۲ و ۱ است در حالی که سطح موجودی پایانی تجمعی به ترتیب برابر ۹۴ و ۹۱ واحد است. مقادیر استفاده از منابع R1, R2 و R3 در شکل‌های ۲-۴ نشان داده شده است. هزینه کل برنامه زمانی توسط رابطه ریز به دست می‌آید:

$$\text{هزینه کل} = \text{هزینه تقسیم بندی} + \text{هزینه تامین} + \text{هزینه آزاد سازی} + \text{هزینه خرید} + \text{هزینه سفارش} + \text{هزینه نگهداری} = 2 + (13 \times 20) + (5 \times 20) + (28 \times 5) + (17 \times 3) + (1 \times 100) + (2 \times 80) + (91 \times 1) + (94 \times 1) = 998$$



لازم به ذکر است که با حل همان مثال با استفاده از رویکرد متوالی، هزینه کل به دست آمده ۱۰۷۱ است که مربوط به افزایش به میزان ۷.۳۱ درصد نسبت به رویکرد یکپارچه است.

جدول ۱. داده‌های ورودی مدل ریاضی

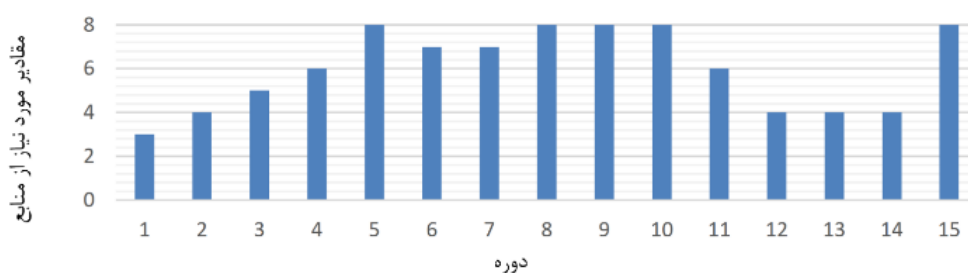
فعالیت	مدت زمان	میزان مصرف منبع ۱	میزان مصرف منبع ۲	میزان مصرف منبع ۳	زودترین زمان شروع	دیرترین زمان پایان	زمان شناوری
A	2	[3,1]	[1,1]	[0,0]	1	2	0
B	3	[5,4,3]	[1,1,1]	[1,1,1]	3	5	0
C	2	[2,2]	[1,1]	[0,0]	6	7	0
D	3	[1,1,1]	[1,1,1]	[0,0,0]	8	10	0
E	3	[4,4,4]	[3,2,1]	[0,0,0]	11	13	0
F	2	[4,8]	[4,2]	[0,0]	14	15	0
G	4	[3,5,5,3]	[1,1,1,1]	[1,1,1,1]	1	7	3
H	3	[5,5,5]	[0,0,0]	[2,1,3]	5	10	3
K	2	[2,2]	[1,1]	[0,0]	3	9	5
L	4	[2,2,2,2]	[0,0,0,0]	[1,1,1,1]	5	13	5

جدول ۲. گانت چارت حاصله از مدل ریاضی

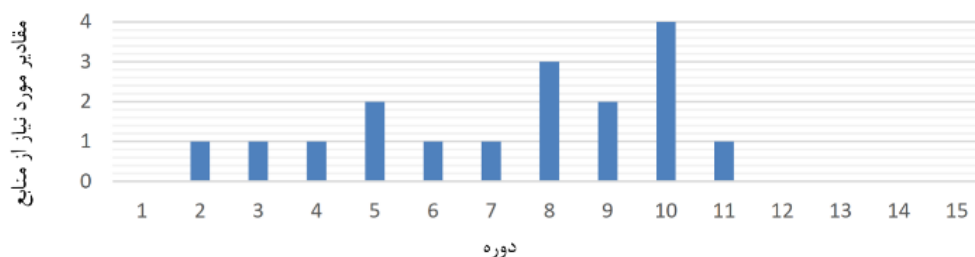
فعالیت	دوره‌های زمانی														
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
A	۱	۱													
B			۱	۱	۱										
C						۱	۱								
D								۱	۱	۱					
E											۱	۱	۱		
F														۱	۱
G															
H															
K															
L															

جدول ۳. میزان استفاده از منابع ۱، ۲ و ۳

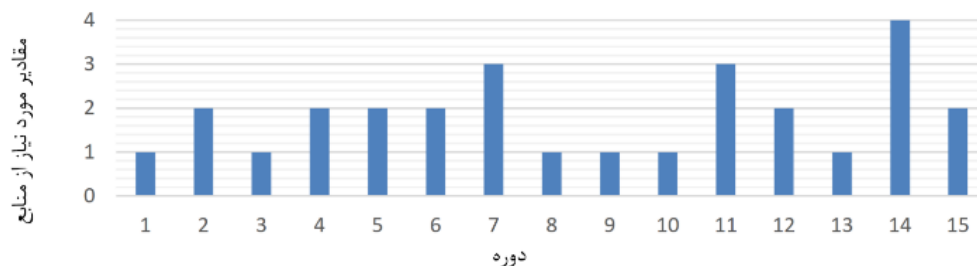
مجموع	دوره‌های زمانی														
	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
میزان مصرف منبع ۱	۸	۴	۴	۴	۶	۸	۸	۸	۷	۷	۸	۶	۵	۴	۳
موجودی جدید اضافه شده	۱۳	۴	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۲	۱	۱	۱	۳
میزان ضایعات منبع ۱	۵	۰	۰	۲	۲	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰
میزان مصرف منبع ۲	۲	۴	۱	۲	۳	۱	۱	۱	۳	۲	۲	۲	۱	۲	۱
سفارش داده شده است یا خیر	۲	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱
مقدار سفارش منبع ۲	۲۸	۰	۰	۰	۱۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۶
موجودی منبع ۲	۹۴	۰	۲	۶	۷	۹	۰	۱	۲	۳	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۵
میزان مصرف منبع ۳	۰	۰	۰	۱	۴	۲	۳	۱	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۰
سفارش داده شده است یا خیر	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
مقدار سفارش منبع ۳	۱۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۷	۰
موجودی منبع ۳	۹۱	۰	۰	۰	۰	۱	۵	۷	۱۰	۱۱	۱۲	۱۴	۱۵	۱۶	۰



شکل ۲. میزان استفاده از منبع ۱



شکل ۳. میزان استفاده از منبع ۲



شکل ۴. میزان استفاده از منبع ۳

نتیجه گیری

در این مقاله، مساله تسطیح چند منبع مشترک و دوباره پر کردن مواد به طور مشترک مورد بررسی قرار می‌گیرند، جایی که تسطیح منابع تجدیدپذیر از طریق تقسیم/تاخیر فعالیت‌های غیر بحرانی انجام می‌شود. برای شباهت بهتر با واقعیت، فرض بر این است که هر دو نوع منبع، دارای مصرفی متغیر (وابسته به زمان) در طول مدت فعالیت‌ها هستند. هدف تعیین زمان‌بندی پروژه و استراتژی سفارش مواد (اندازه و زمان‌بندی) است به طوری که کل هزینه‌های مربوط به منابع تجدیدپذیر و مصرفی به حداقل برسد. رویکرد یکپارچه به عنوان یک مدل ریاضی فرموله شده و با استفاده از نرم افزار گمز حل شده است. به دنبال رویکرد یکپارچه، صرفه جویی در هزینه با استفاده از یک مثال در مقیاس کوچک حاصل شد که پتانسیل این رویکرد را نسبت به روش متوالی در پروژه های واقعی نشان می دهد.

منابع

- Afra, A. P., Kheirkhah, A., & Ahadi, H. (2022). Systematic literature review of integrated project scheduling and material ordering problem: Formulations and solution methods. *Computers & industrial engineering*, 173, 108711.
- Almatroushi, H., Hariga, M., As'ad, R., & Al-Bar, A. (2020). The multi resource leveling and materials procurement problem: an integrated approach. *Engineering, Construction and Architectural Management*, 27(9), 2135-2161.
- Aquilano, N. J., & Smith, D. E. (1980). A formal set of algorithms for project scheduling with critical path scheduling/material requirements planning. *Journal of Operations Management*, 1(2), 57-67.
- Dodin, B., & Elimam, A. (2001). Integrated project scheduling and material planning with variable activity duration and rewards. *IIE transactions*, 33(11), 1005-1018.
- Du, B., Tan, T., Guo, J., Li, Y., & Guo, S. (2021). Energy-cost-aware resource-constrained project scheduling for complex product system with activity splitting and recombining. *Expert Systems with Applications*, 173, 114754.
- Gordon, J., & Tulip, A. (1997). Resource scheduling. *International Journal of project management*, 15(6), 359-370.
- Habibi, F., Barzinpour, F., & Sadjadi, S. J. (2019). A mathematical model for project scheduling and material ordering problem with sustainability considerations: A case study in Iran. *Computers & industrial engineering*, 128, 690-710.
- Hariga, M., & El-Sayegh, S. M. (2011). Cost optimization model for the multiresource leveling problem with allowed activity splitting. *Journal of construction engineering and management*, 137(1), 56-64.
- Karaa, F. A., & Nasr, A. Y. (1986). Resource management in construction. *Journal of construction engineering and management*, 112(3), 346-357.
- Kazemi, S., & Davari-Ardakani, H. (2020). Integrated resource leveling and material procurement with variable execution intensities. *Computers & industrial engineering*, 148, 106673.
- Najafi, A. A., Zoraghi, N., & Azimi, F. (2011). Scheduling a project to minimize costs of material requirements. *International Journal of Industrial and Manufacturing Engineering*, 5(6), 968-971.
- Pellerin, R., & Perrier, N. (2019). A review of methods, techniques and tools for project planning and control. *International Journal of Production Research*, 57(7), 2160-2178.



- Rabbani, Y. (2021). A goal programming linear model for simultaneous project scheduling and resource leveling- a huge civil project as a case study. *Journal of system management*, 7(4), 1-22.
- Rieck, J., & Zimmermann, J. (2015). Exact methods for resource leveling problems. *Handbook on Project Management and Scheduling Vol. 1*, 361-387.
- Sambasivan, M., & Soon, Y. W. (2007). Causes and effects of delays in Malaysian construction industry. *International Journal of project management*, 25(5), 517-526.
- Shtub, A. (1988). The integration of CPM and material management in project management. *Construction Management and Economics*, 6(4), 261-272.
- Smith-Daniels, D. E., & Smith-Daniels, V. L. (1987a). Maximizing the net present value of a project subject to materials and capital constraints. *Journal of Operations Management*, 7(1-2), 33-45.
- Smith-Daniels, D. E., & Smith-Daniels, V. L. (1987b). Optimal project scheduling with materials ordering. *IIE transactions*, 19(2), 122-129.
- Smith-Daniels, D. E., & Aquilano, N. J. (1984). Constrained resource project scheduling subject to material constraints. *Journal of Operations Management*, 4(4), 369-387.
- Son, J., & Mattila, K. G. (2004). Binary resource leveling model: Activity splitting allowed. *Journal of construction engineering and management*, 130(6), 887-894.
- Tabrizi, B. H. (2018). Integrated planning of project scheduling and material procurement considering the environmental impacts. *Computers & industrial engineering*, 120, 103-115.
- Willis, R. (1985). Critical path analysis and resource constrained project scheduling—theory and practice. *European Journal of Operational Research*, 21(2), 149-155.
- Zhang, Y., & Cui, N. (2021). Project scheduling and material ordering problem with storage space constraints. *Automation in Construction*, 129, 103796.
- Zhang, Y., Cui, N., Hu, X., & Hu, Z. (2020). Robust project scheduling integrated with materials ordering under activity duration uncertainty. *Journal of the Operational Research Society*, 71(10), 1581-1592.
- Zoraghi, N., Shahsavar, A., Abbasi, B., & Van Peteghem, V. (2017). Multi-mode resource-constrained project scheduling problem with material ordering under bonus–penalty policies. *Top*, 25, 49-79.